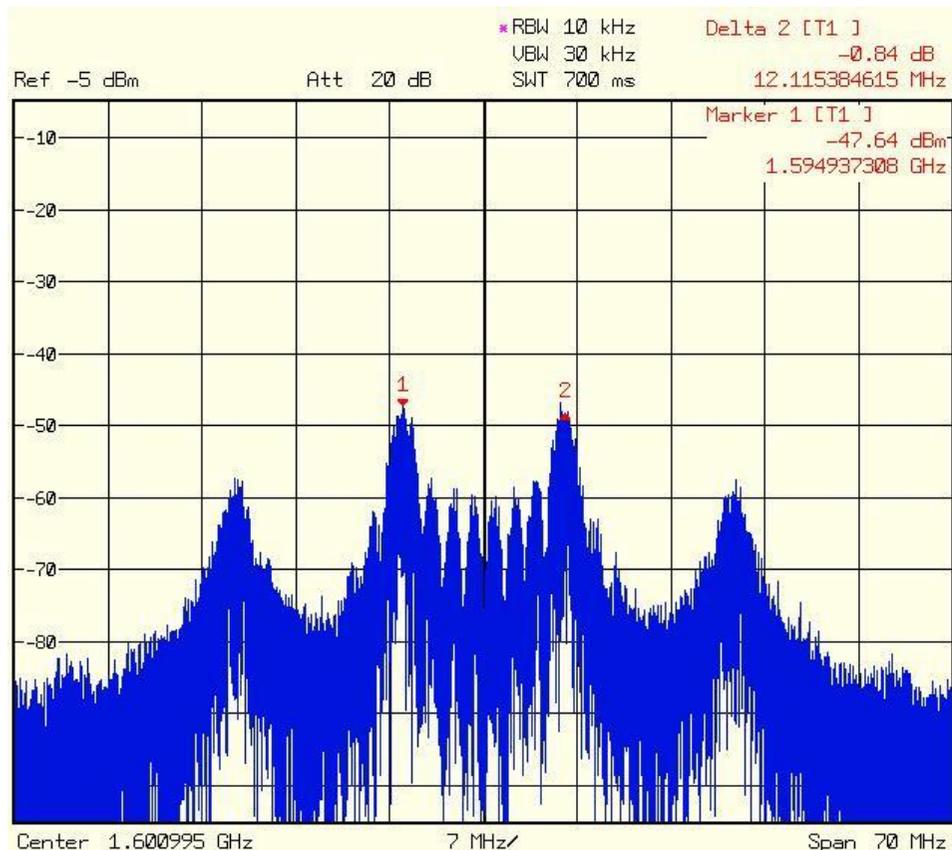


Математическое моделирование РТУ и С

Лекция 4. Моделирование сигналов

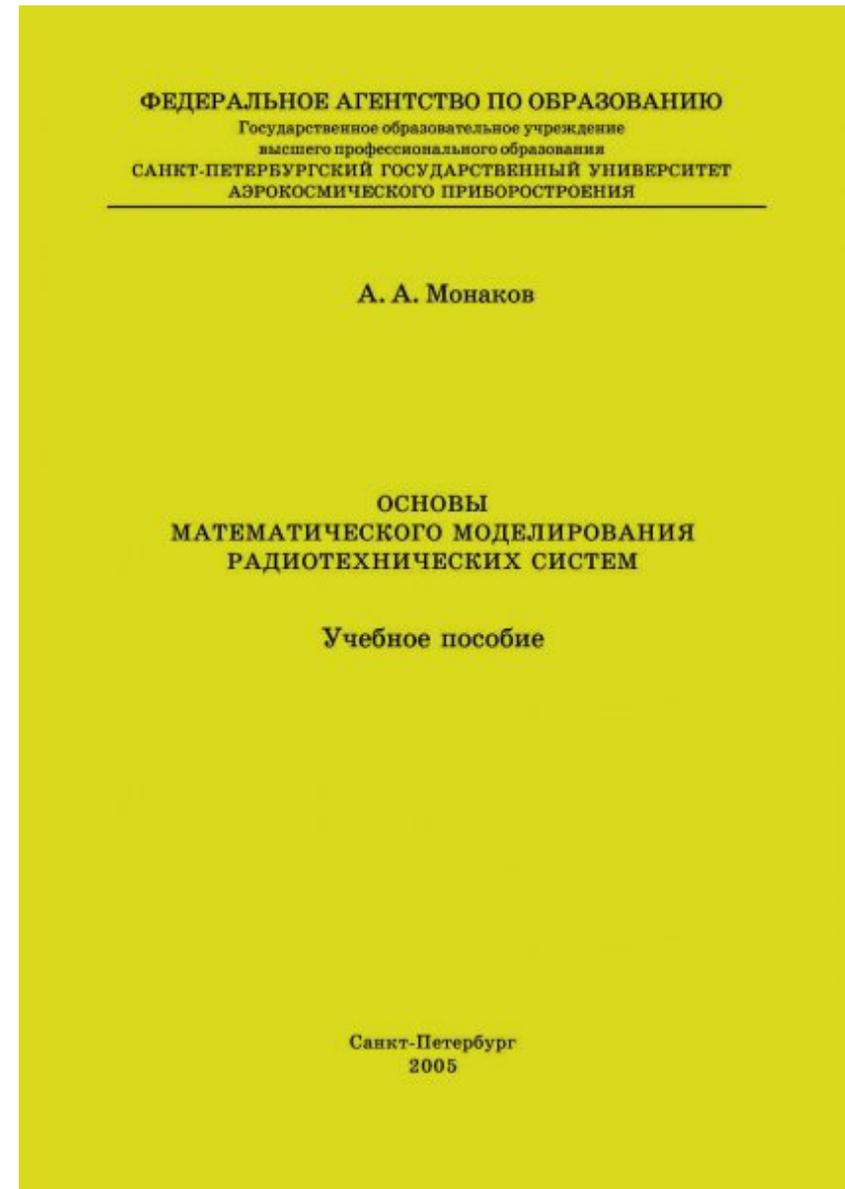


Преподаватель:
Корогодин Илья
korogodin@srns.ru

Литература

Монаков А.А. Основы математического моделирования радиотехнических систем. Учебное пособие. – СПб.: ГУАП, 2005. – 100с.

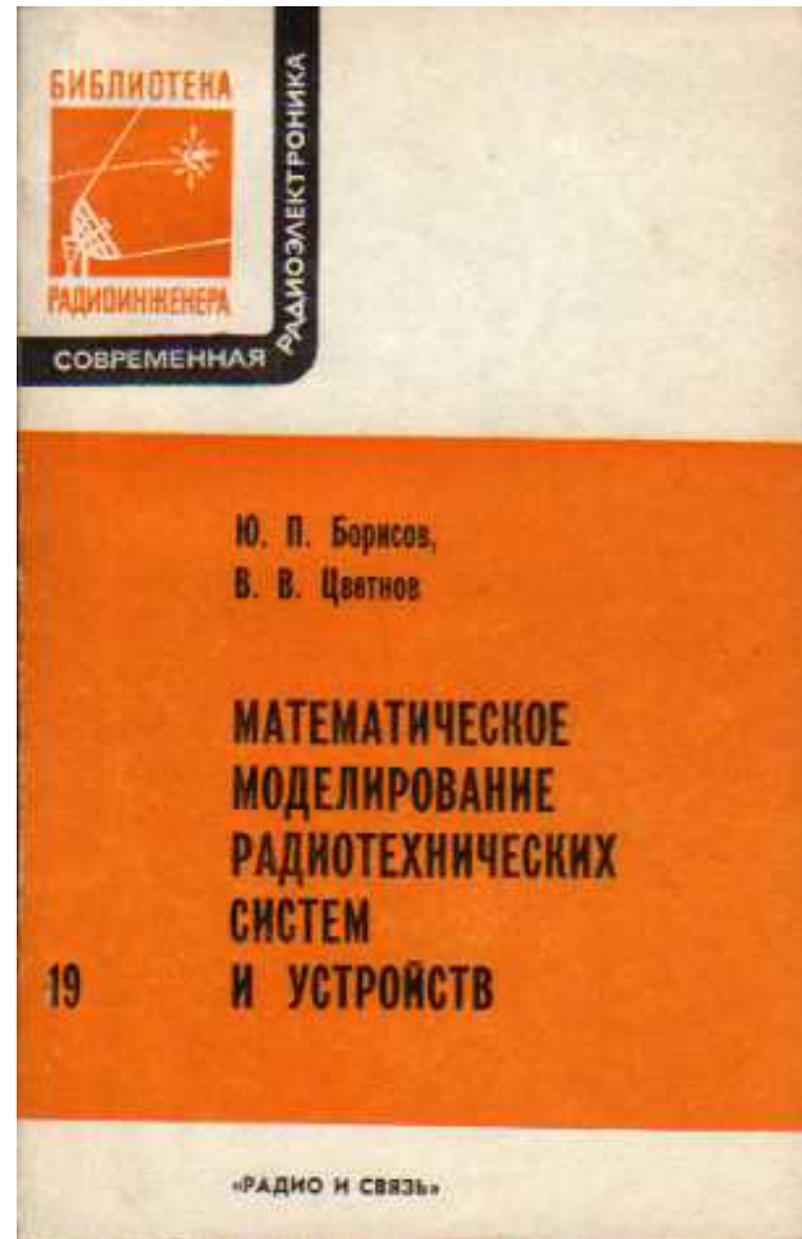
Глава 1. Математическое моделирование радиосигналов и помех



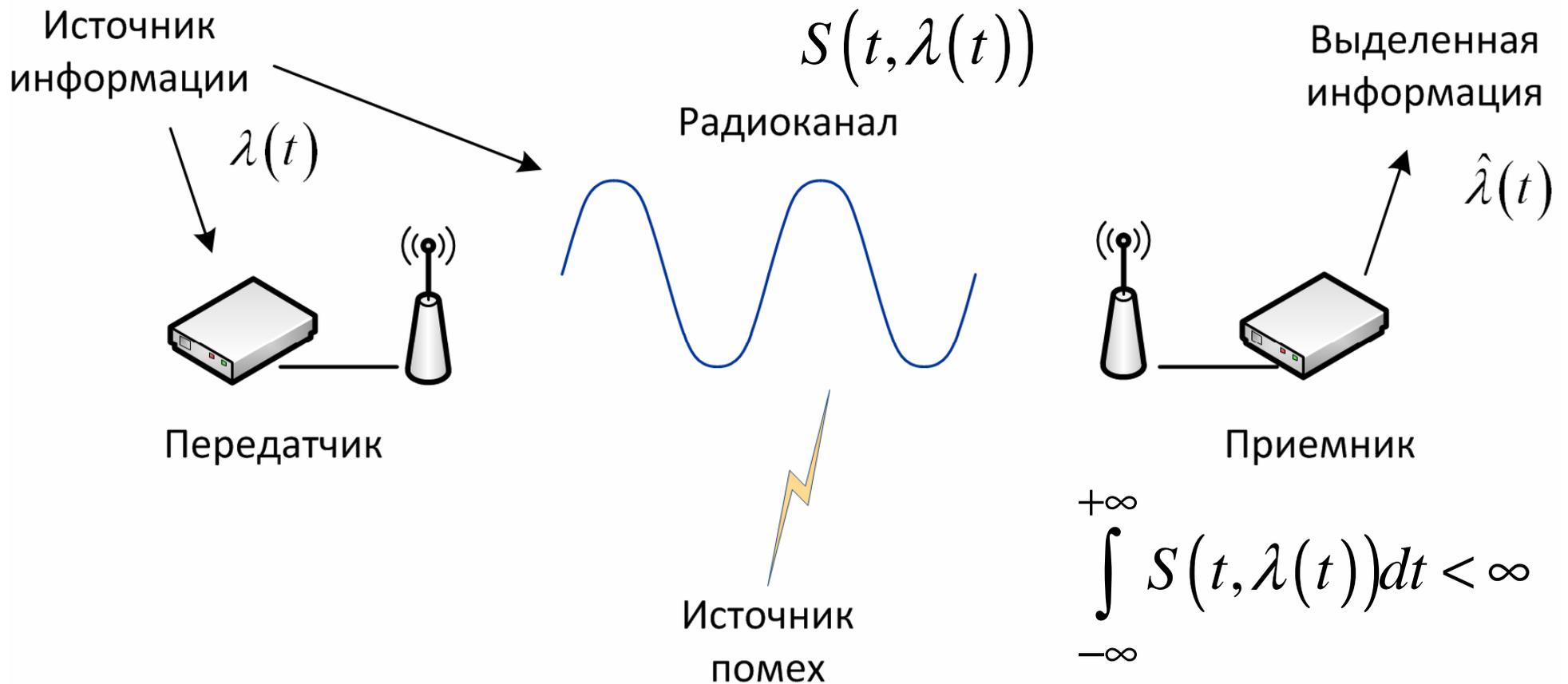
Литература

Борисов Ю.П., Цветнов В.В.
Математическое
моделирование
радиотехнических систем и
устройств. - М.: Радио и
связь, 1985. 176 с.

- 4 базовых метода
моделирования,
соответствуют 4 разным
представлениям сигнала



Обобщенная схема РТС

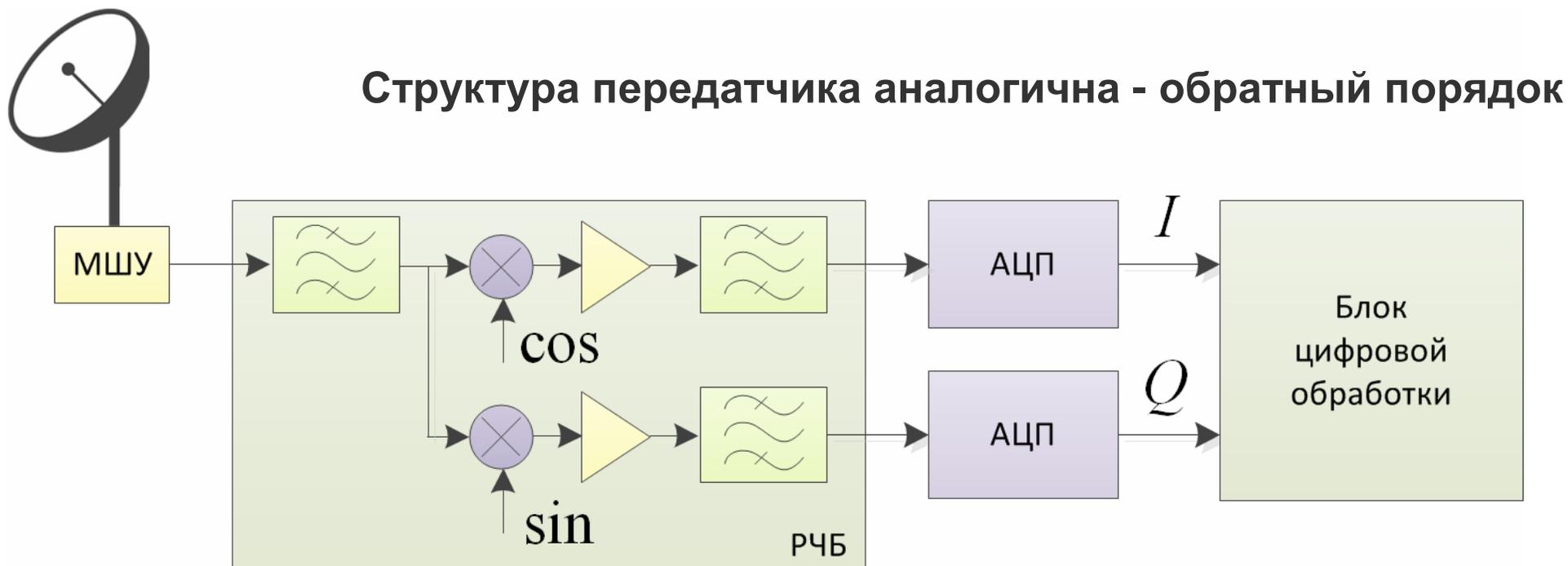


Нужно моделировать:

- низкочастотные процессы;
- радиоканал;
- дискретные процессы в цифровых блоках передатчика и приемника.

Сигнал – процесс-переносчик
информационного процесса

Структура приемника



Радиосигналы – относительно узкополосные,
в приемнике они в смеси со случайными процессами.

Радиочастотный блок стараются сделать максимально линейным.
Его функции – довести сигнал до АЦП и подавить спектр вне полосы.

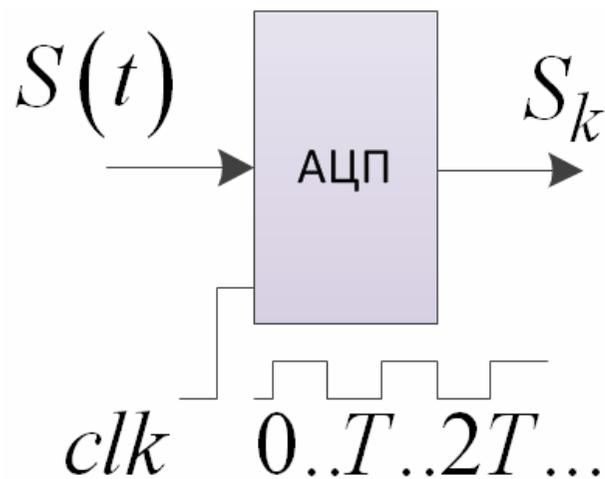
Сигналы АЦП

В модели отчеты АЦП:

- либо заданы извне (из файла, с устройства и т.д.);
- либо формируются по математической модели аналоговых сигналов;
- либо формируются на основе дискретной математической модели.

Первый и третий вариант – тривиальны. Прочитать/посчитать.

Как связаны аналоговый сигнал на входе АЦП



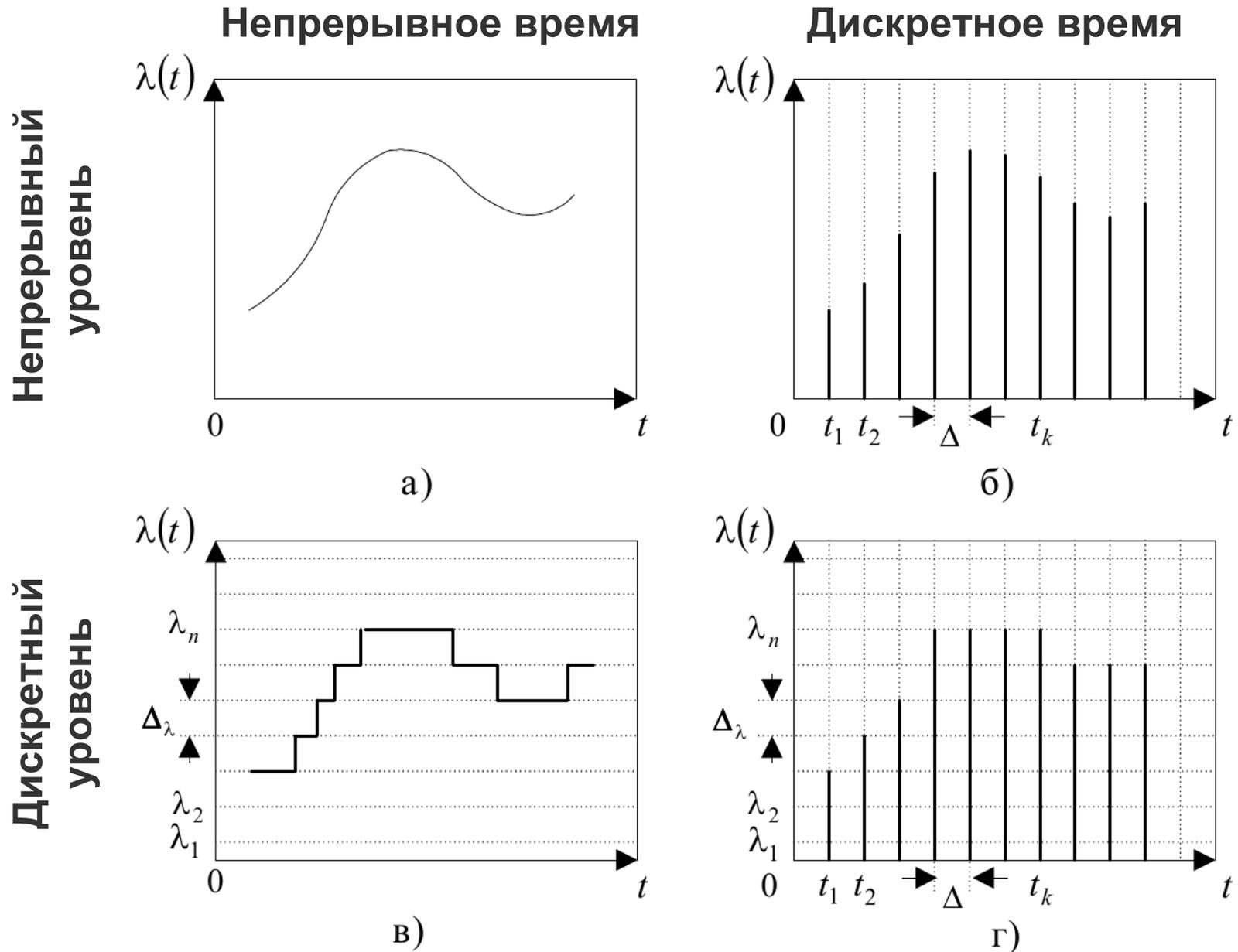
$S(t)$

и цифровой сигнал

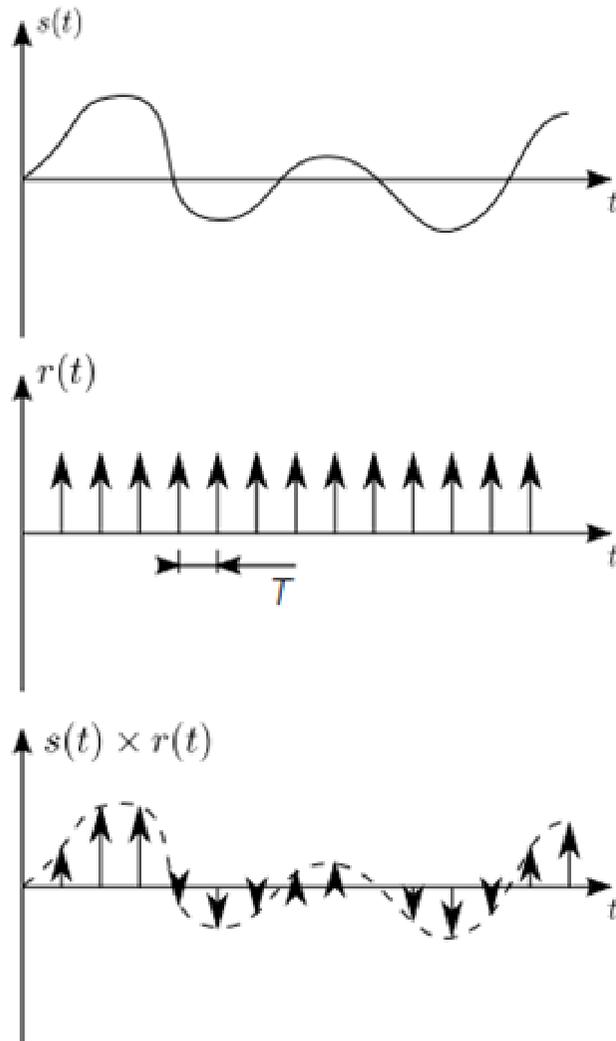
S_k

на выходе?

Дискретное представление



Дискретизация по времени



Описание во временной области

$$S_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} S(t) r(t) dt$$

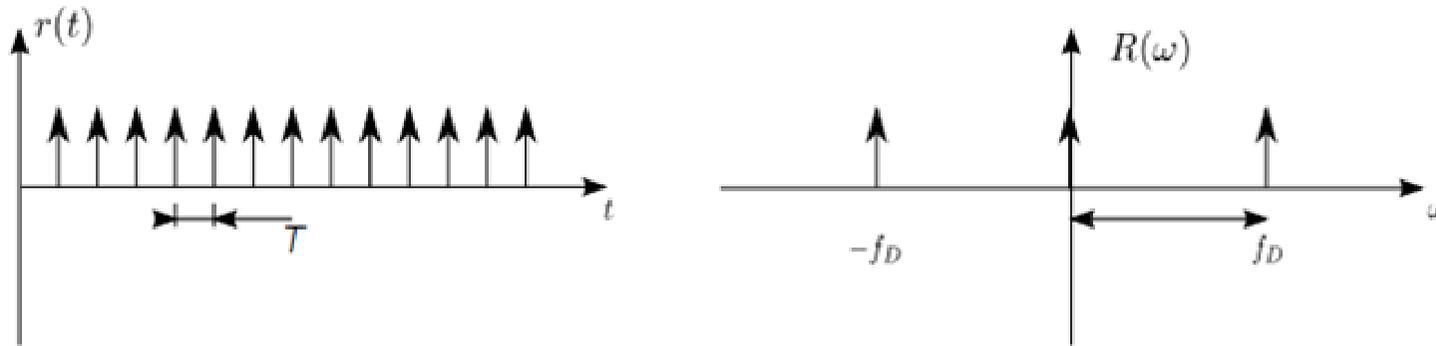
Решетчатая функция

$$r(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - i \cdot T)$$

Свойство дельта-функции

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0)$$

Дискретизация по времени



Решетчатая функция периодическая, её ряд Фурье

$$R_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-j2\pi nt/T} dt = \frac{1}{T}$$

Шаг между n : $f_d = \frac{1}{T}$

Перейдем к спектральной плотности мощности

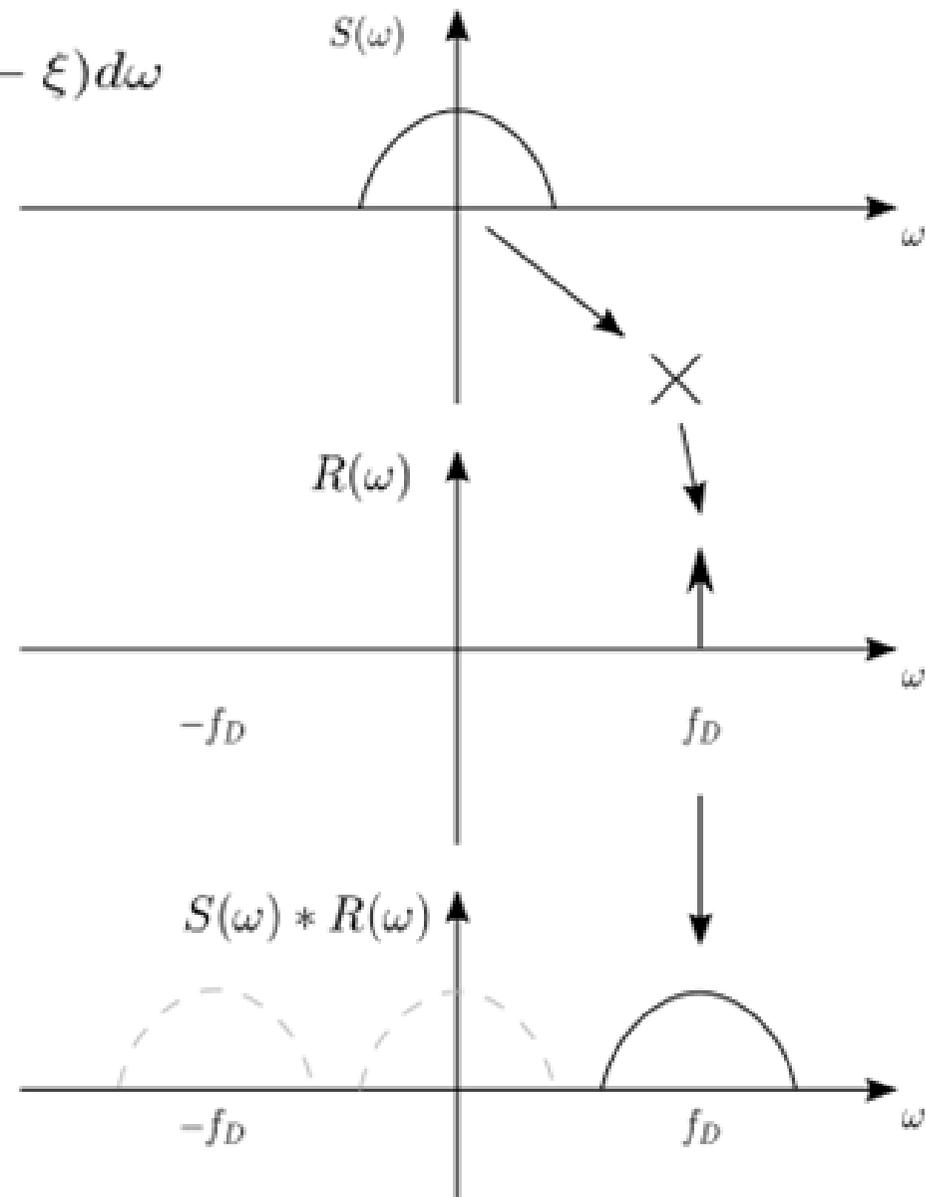
$$R(\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi f_d n)$$

Дискретизация по времени

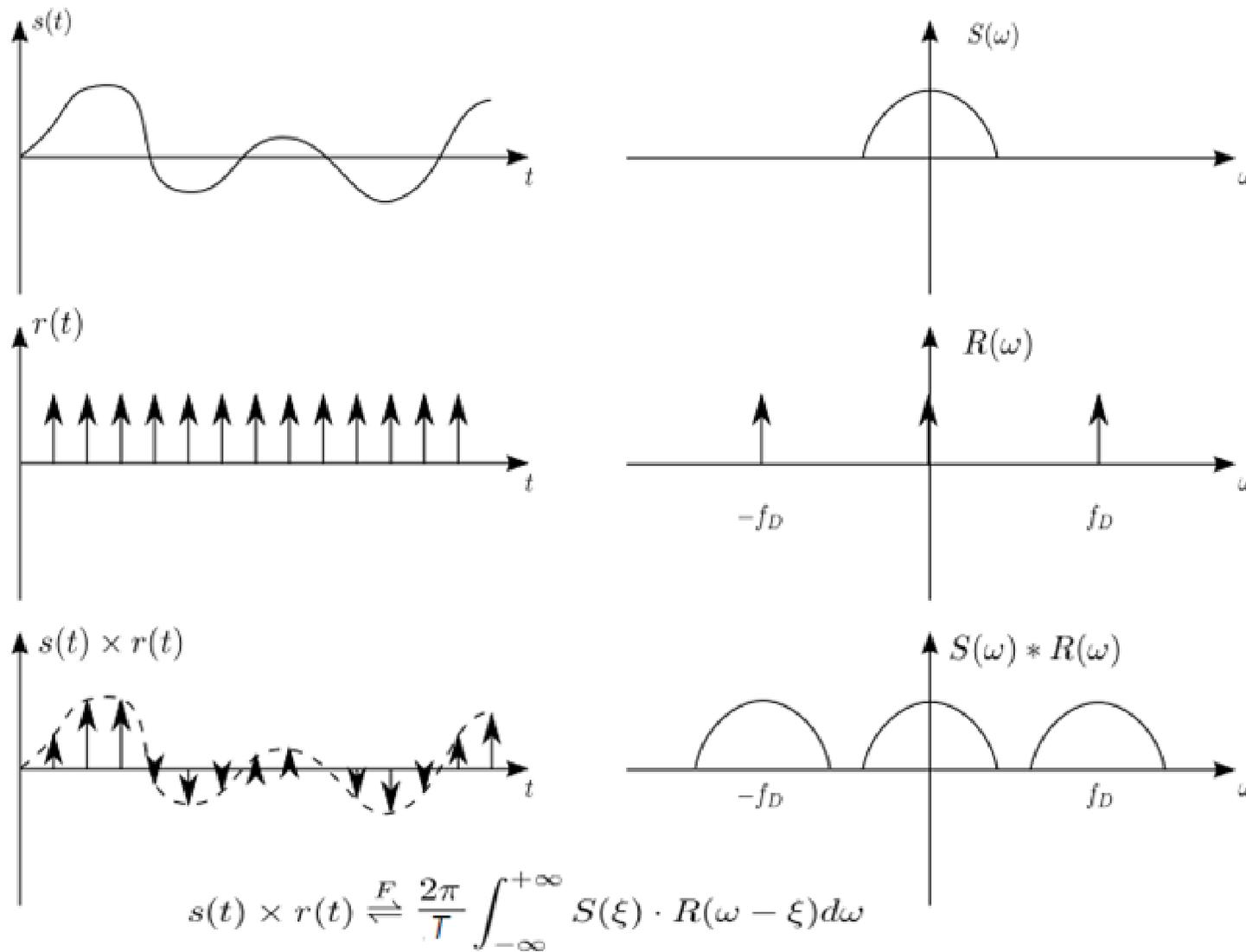
$$s(t) \times r(t) \xLeftrightarrow{F} \frac{2\pi}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\xi) \cdot R(\omega - \xi) d\xi$$

Умножению во временной области соответствует свертка в частотной

$$S_{imp}(\omega) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} S(\omega - 2\pi f_d n)$$

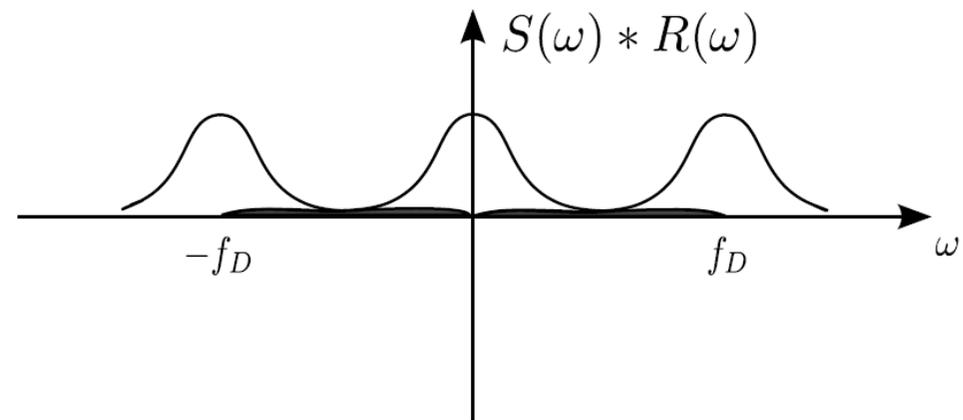
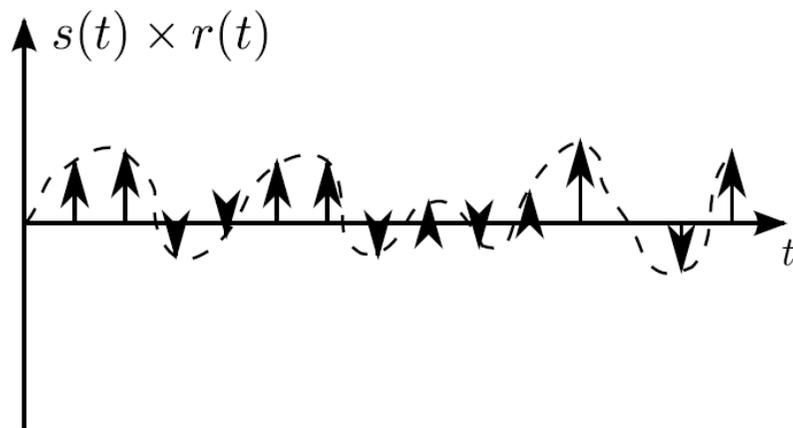
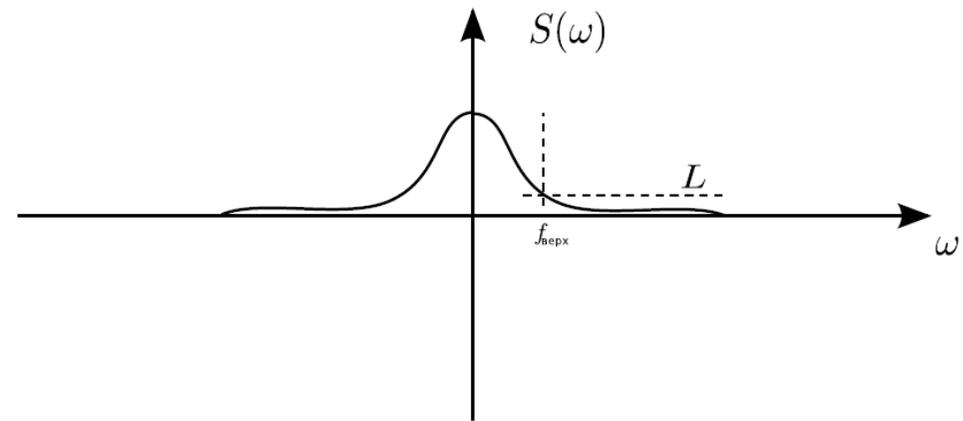
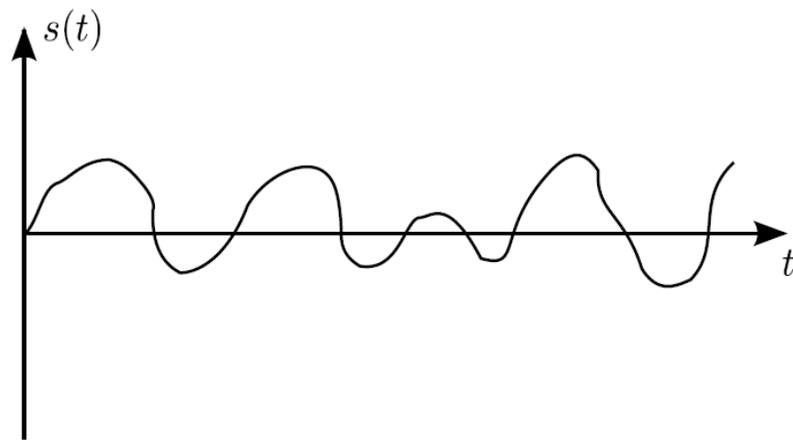


Дискретизация по времени



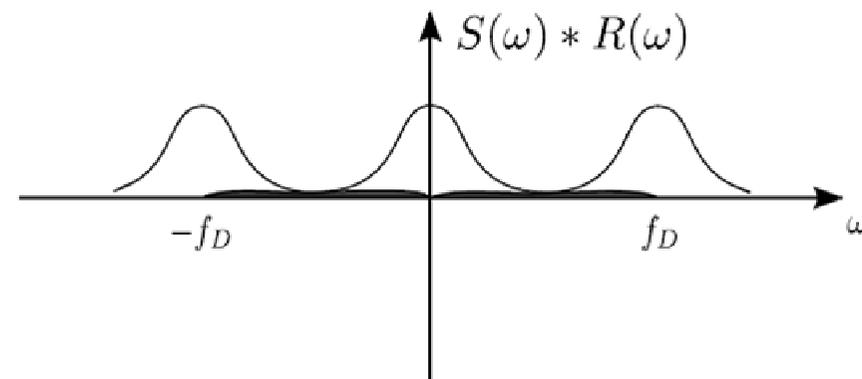
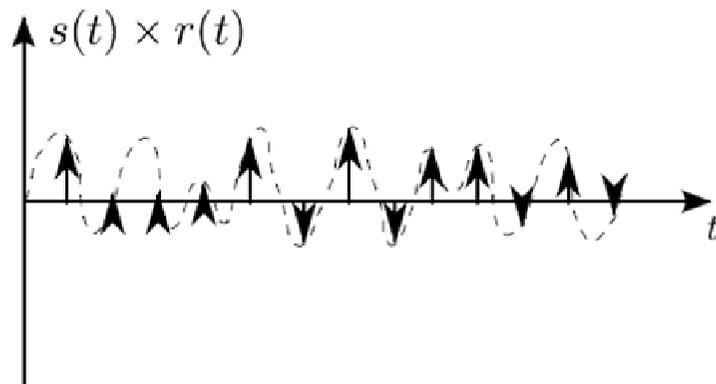
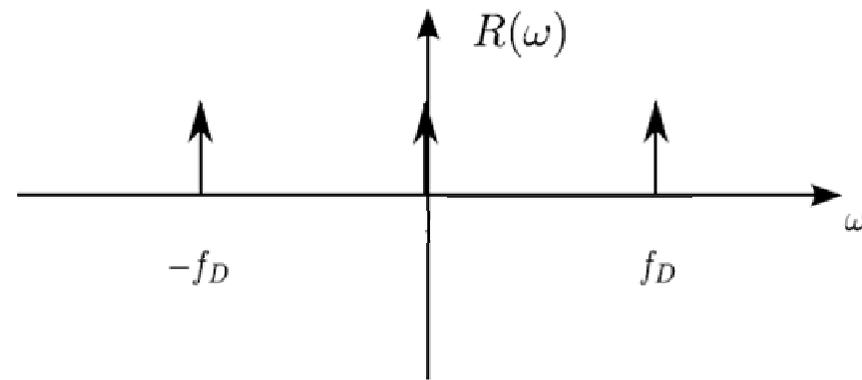
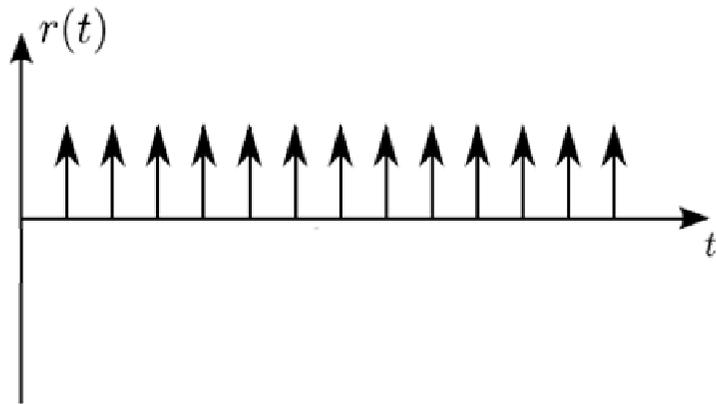
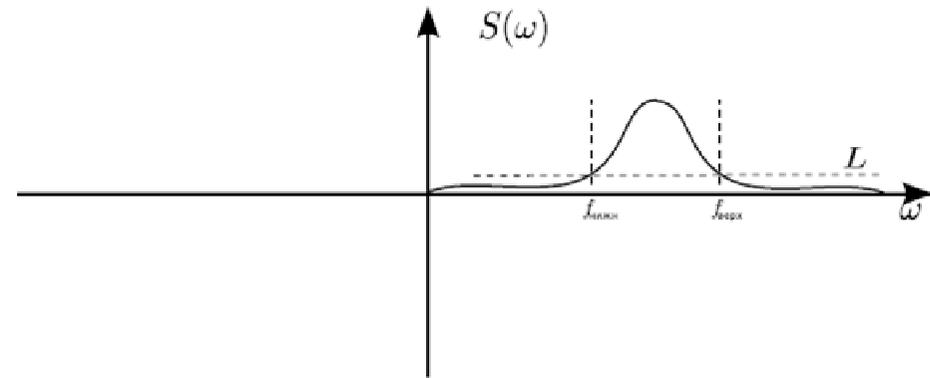
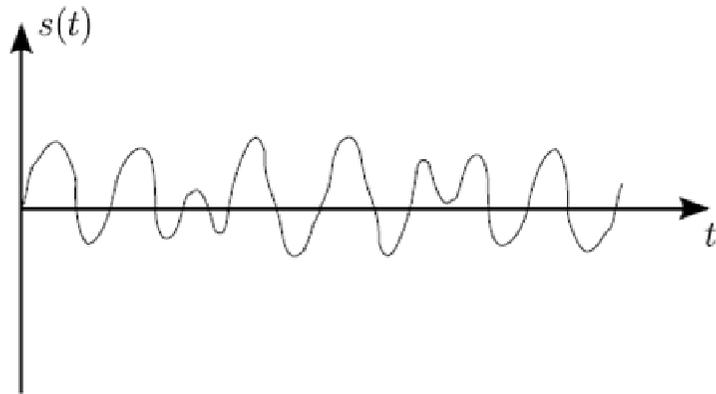
Частота дискретизации

Приходим к теореме Котельникова:



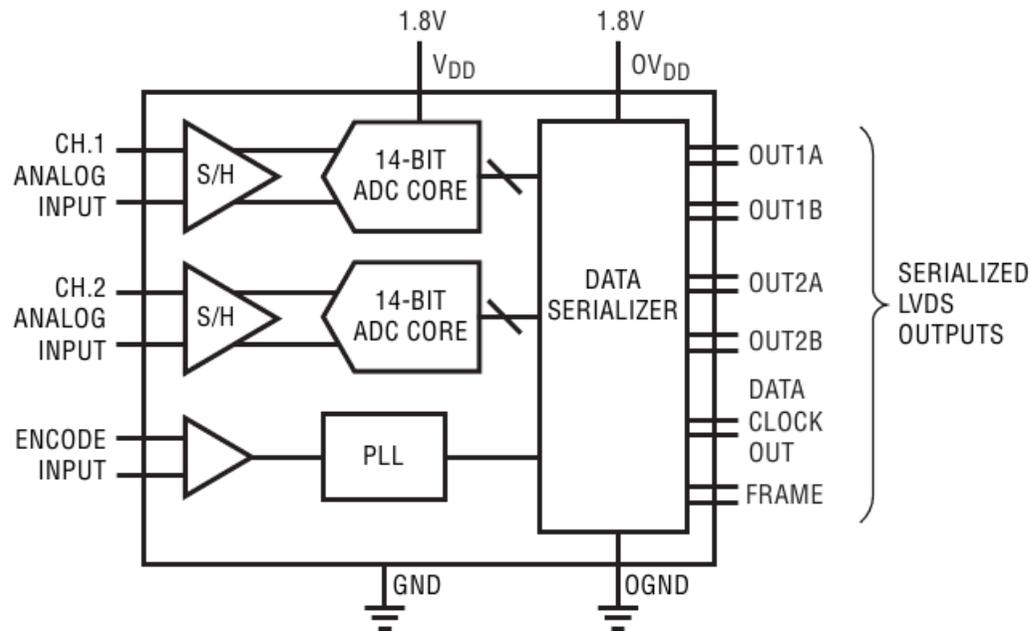
Для восстановления прообраза – ФНЧ с прямоугольной АЧХ

Частота дискретизации



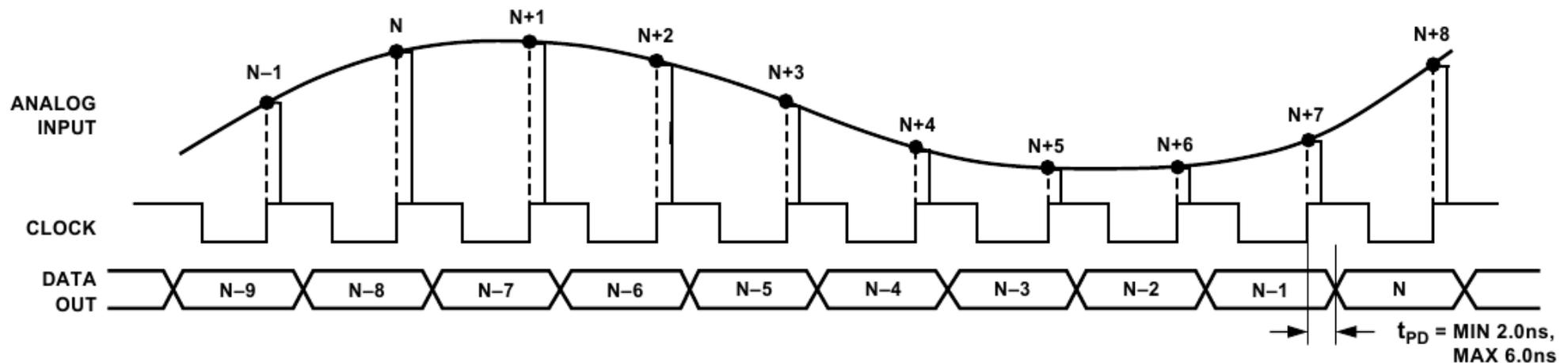
Время выборки АЦП

LTC2268-14 - 14-Bit, 125Mps Low Power Dual ADCs



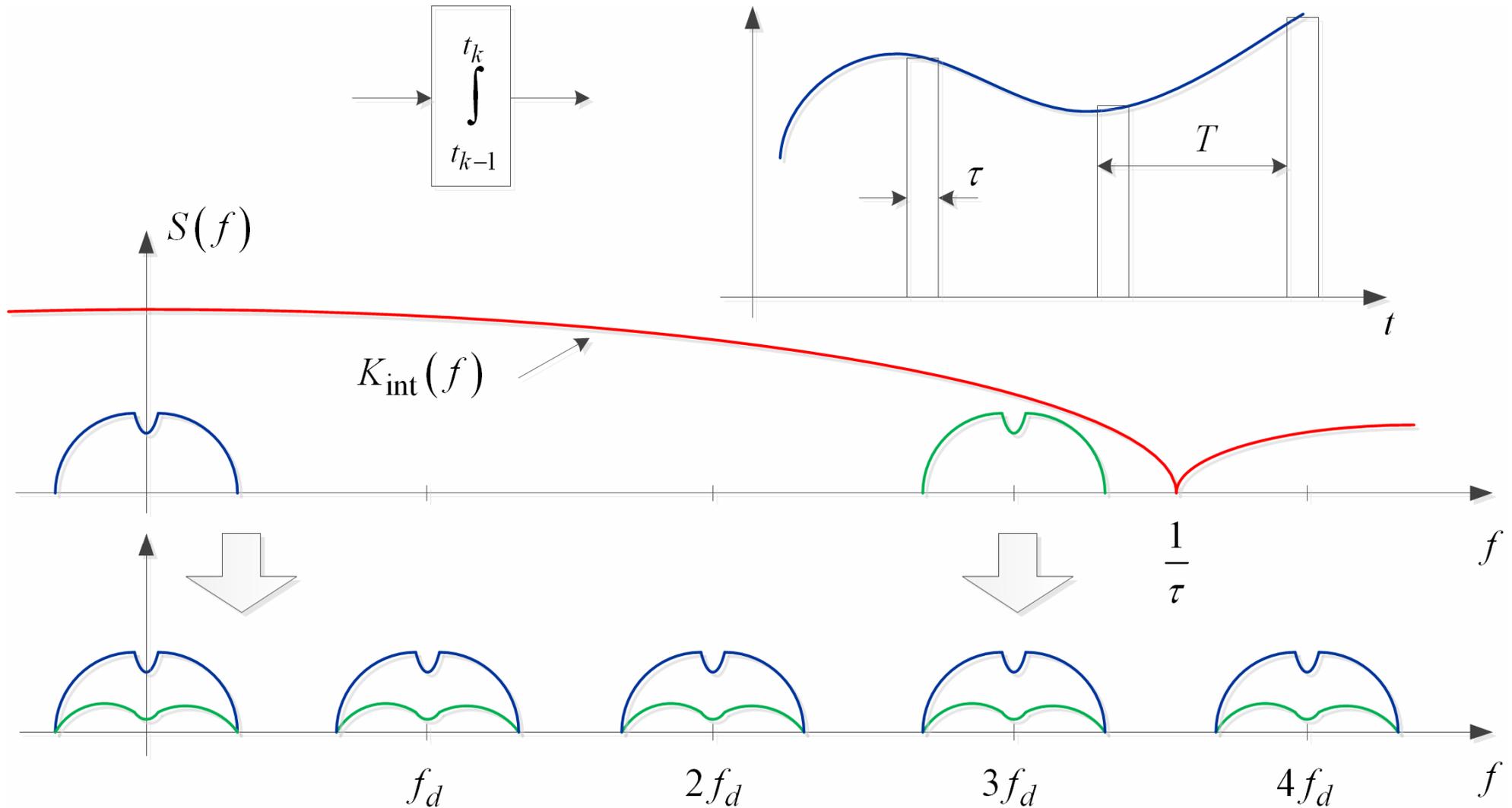
Features

- **2-Channel Simultaneous Sampling ADC**
- **73.1dB SNR**
- **88dB SFDR**
- Low Power: 299mW/243mW/203mW Total
- 150mW/121mW/101mW Per Channel
- Single 1.8V Supply
- Serial LVDS Outputs: 1 or 2 Bits Per Channel
- Selectable Input Ranges: $1V_{P-P}$ to $2V_{P-P}$
- 800MHz Full Power Bandwidth S/H
- Shutdown and Nap Modes
- Serial SPI Port for Configuration
- Pin Compatible 14-Bit and 12-Bit Versions
- 40-Pin (6mm x 6mm) QFN Package

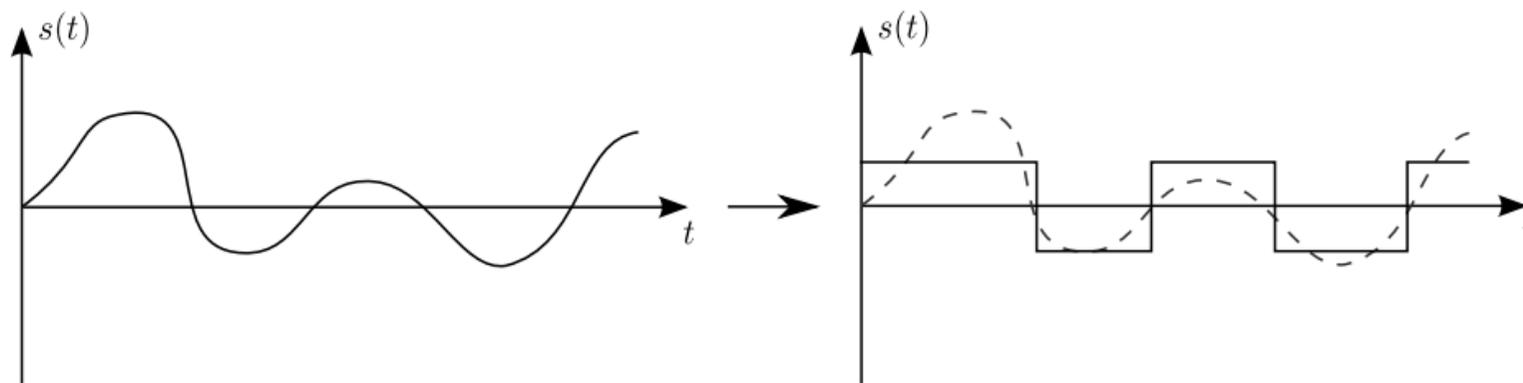
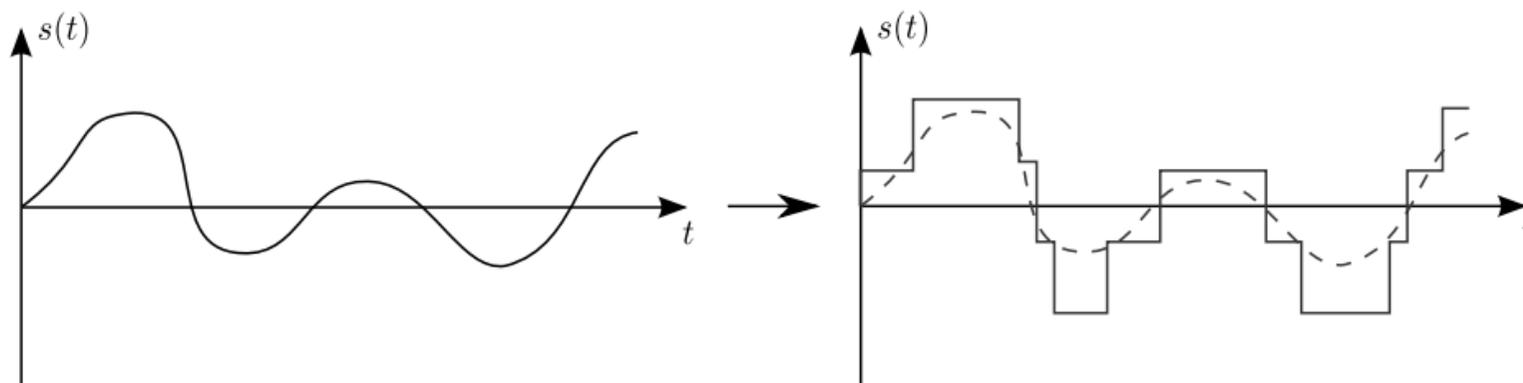
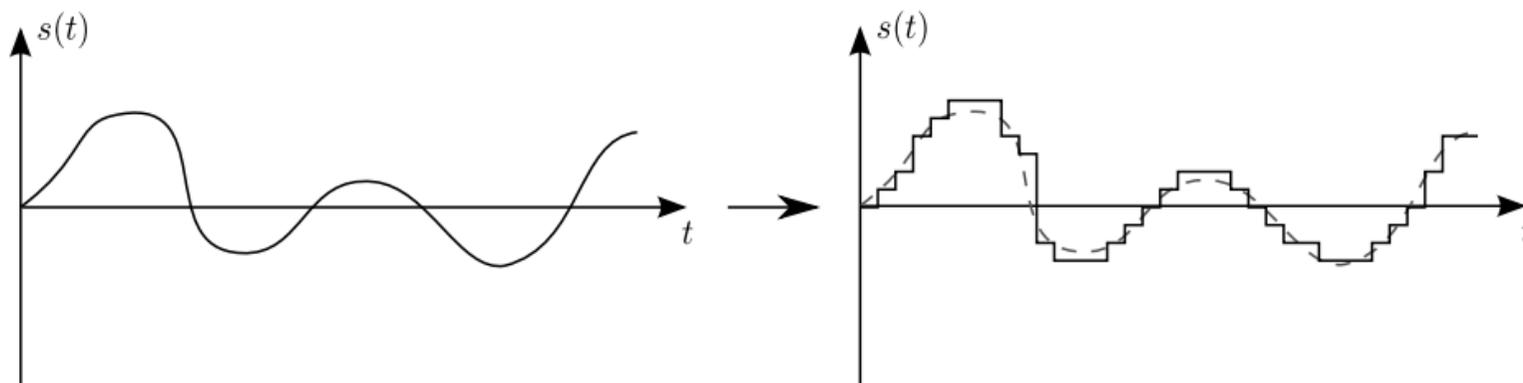


Время выборки АЦП

Интегрирование со сбросом эквивалентно ФНЧ с АЧХ типа sinc



Квантование по уровню



Квантование по уровню

При корреляционной обработке подшумовых сигналов

Разрядность	Потери
1 разряд	3 дБ
2 разряда	0.8 дБ
3 разряда	0.6 дБ
4 разряда	0.5 дБ
8 разрядов	0.4 дБ
12 разрядов	0.35 дБ

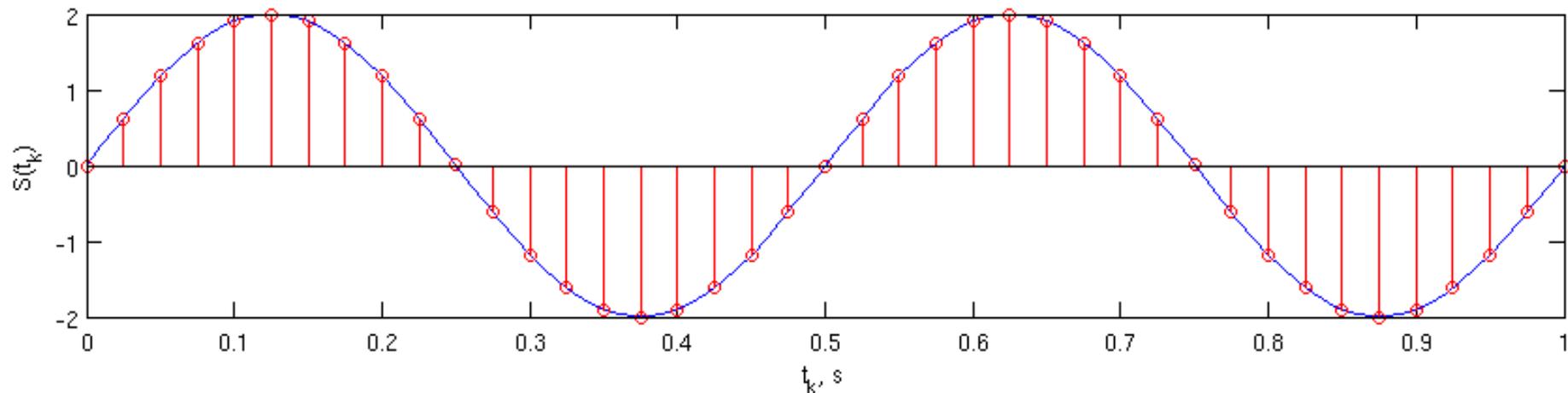
Метод несущей

Искусственно дискретизируем сигнал:

$$S(t) = A \cdot h(t) \cdot \cos(\omega t + \varphi(t)), \quad t = [0, t_{\max}]$$

$$\Rightarrow S(t_k) = A \cdot h(t_k) \cdot \cos(\omega t_k + \varphi(t_k)), \quad t_k = (k-1)T$$

$$\Rightarrow S(k) = A * h(k) * \cos(\omega * t(k) + \varphi(k))$$



И находим оператор А для сигналов в такой форме.

Метод несущей

Как это выглядит в MATLAB:

$$t_k = (k - 1)T$$

$$S(t_k) = A \cdot h(t_k) \cdot \cos(\omega t_k + \varphi(t_k))$$

```
T = 0.01; % Шаг дискретизации
```

```
tmax = 1;
```

```
t = 0:T:tmax; % Множество значений t_k
```

```
% Детерминированные функции дискретизируем:
```

```
h = ones(1, length(t));
```

```
% Для случайных процессов - формируем реализацию
```

```
phi = 0.1*randn(1, length(t));
```

```
f0 = 2; A = 10; % Параметры - остаются параметрами
```

```
S = A * h .* sin(2*pi*f0*t + phi);
```

```
% Эквивалентно циклу:
```

```
% for k = 1:length(t)
```

```
%   S(k) = A * h(k) * sin(2*pi*f0 * t(k) + phi(k));
```

```
% end
```

```
% Только быстрее =)
```

Метод комплексных амплитуд

Общий вид записи узкополосного сигнала:

$$S(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \operatorname{Re} \left[A(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \right]$$

Комплексная амплитуда сигнала:

$$\dot{S}(t) = A(t) e^{j\varphi(t)}$$

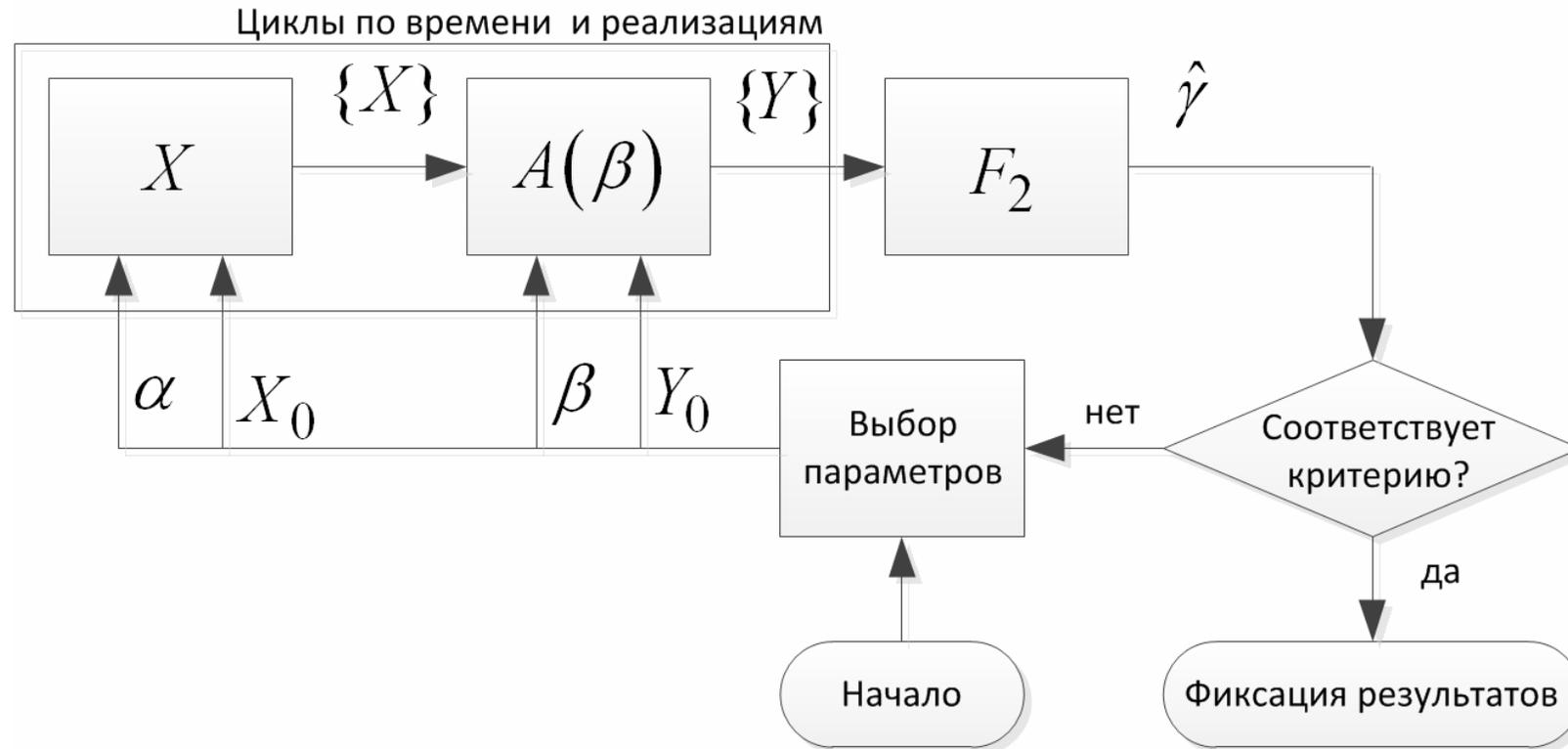
Пример стат. описания сигнала: дрейф фазы опорного генератора при формировании «немодулированной» несущей (CW)

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t)$$

$$\dot{S}(t) = A_0 e^{j\varphi(t)}$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \xi_\omega(t) \text{ - БГШ с односторонней спектральной плотностью } N_\omega$$

Обобщенная блок-схема модели

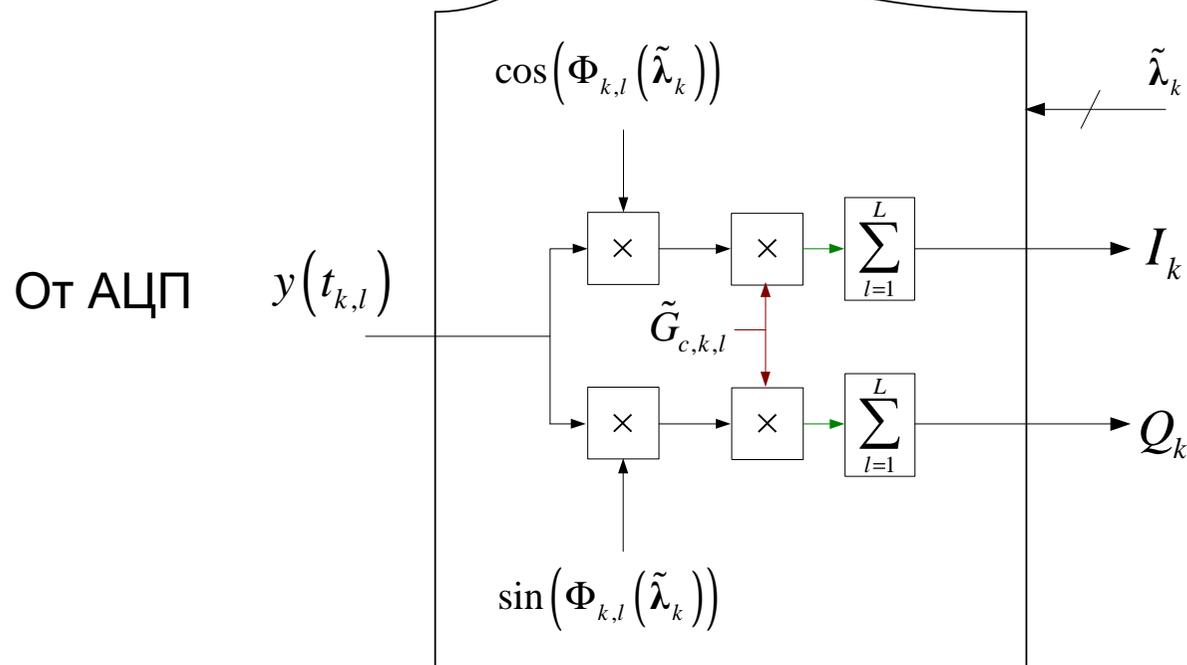
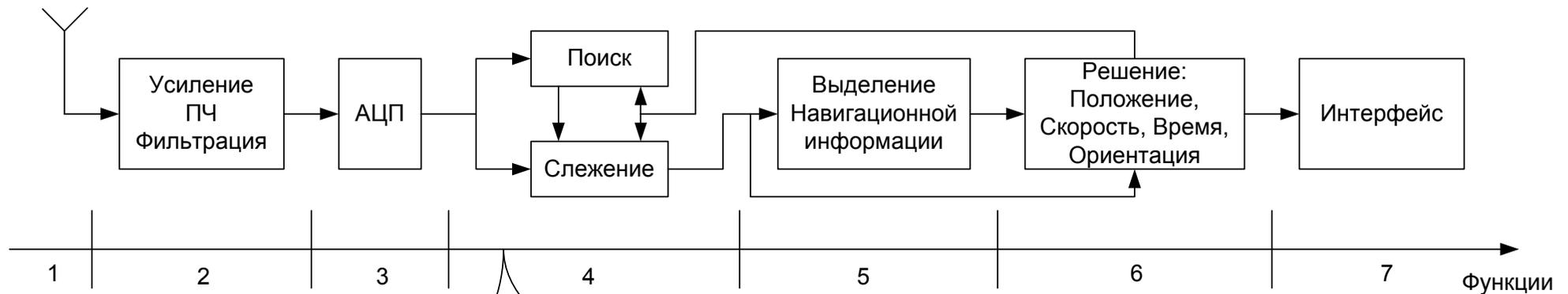


Конкретная осциллограмма сигналов не самоцель.

Цель – связать α, β, X_0, Y_0 и γ .

Нужны эквиваленты, которые будут приводить к тем же выходным параметрам

Статэквивалент сигнала коррелятора



К алгоритму поиска;
следающим системам;
системе синхронизации и
выделения навигационной
информации

Статэквивалент сигнала коррелятора

$$\bar{I}_k = \sum_{l=1}^L S_{k,l} \cdot G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k)$$

$$I_k = \sum_{l=1}^L S_{k,l}(\lambda_k) \cdot G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k)$$

$$+ \sum_{l=1}^L n_{k,l} \cdot G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k)$$

$$n_{I,k} = \sum_{l=1}^L n_{k,l} \cdot G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k)$$

$$I_k = \bar{I}_k + n_{I,k}$$

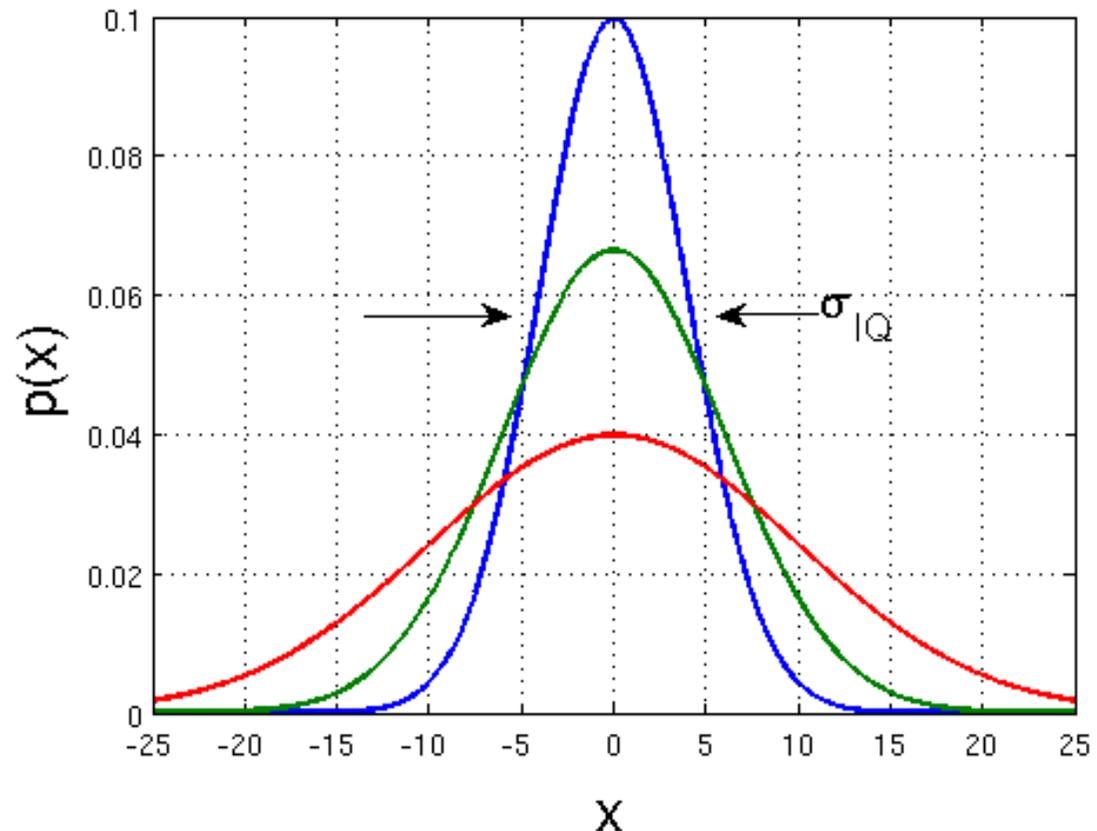
Статэквивалент сигнала коррелятора

«Шумовая» компонента остается СВ с нормальным распределением

$$n_{I,k} = n_{k,1} \cos(\zeta_1) + n_{k,2} \cos(\zeta_2) + n_{k,3} \cos(\zeta_3) + \dots$$

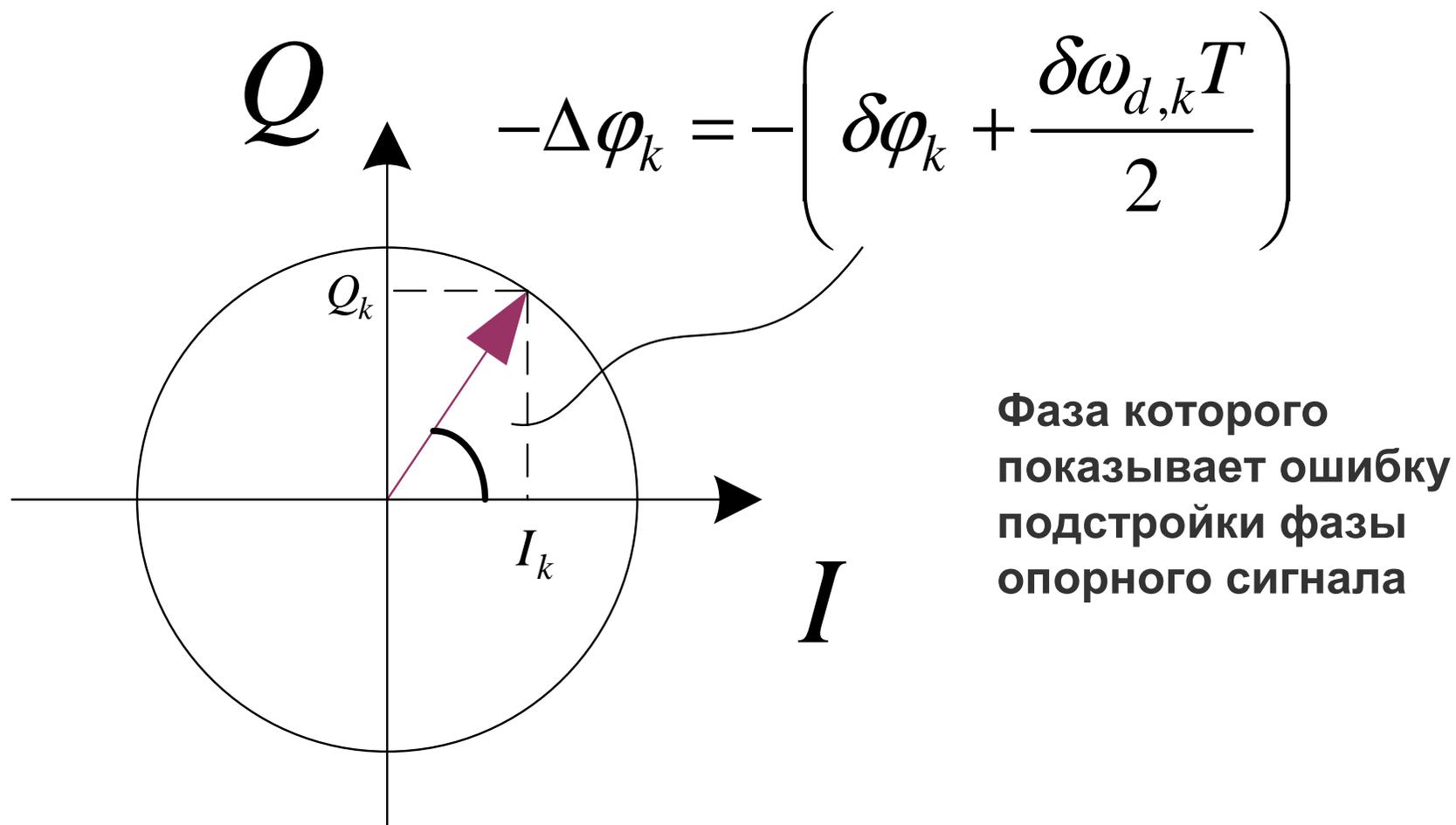
$$n_{I,k} \sim N(0, \sigma_{IQ}^2)$$

$$\sigma_{IQ}^2 = \frac{\sigma_n^2 L}{2}$$



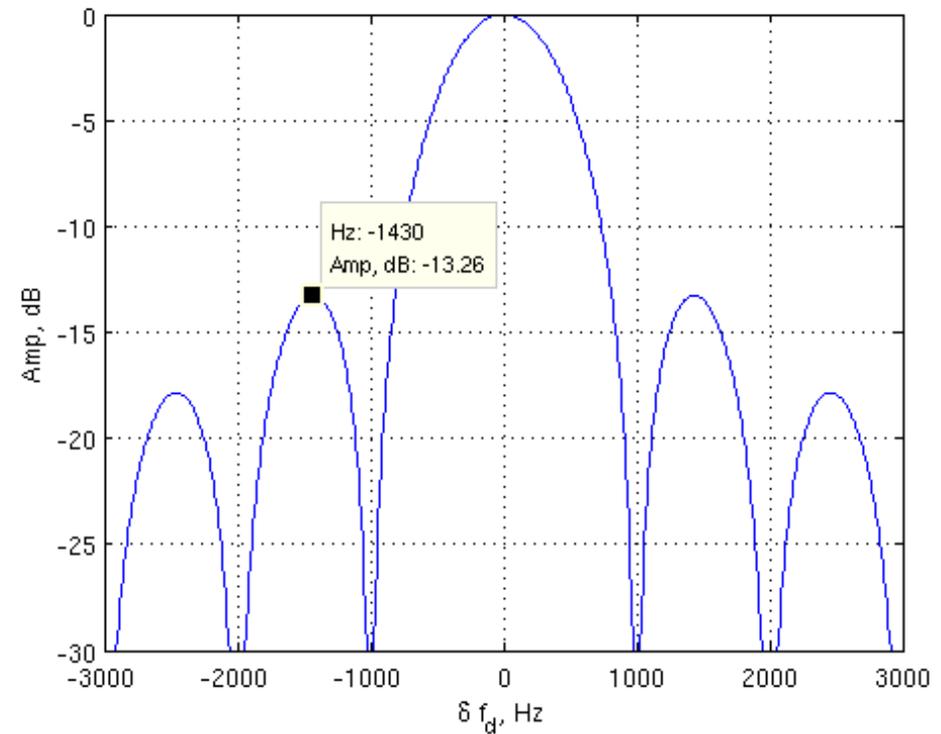
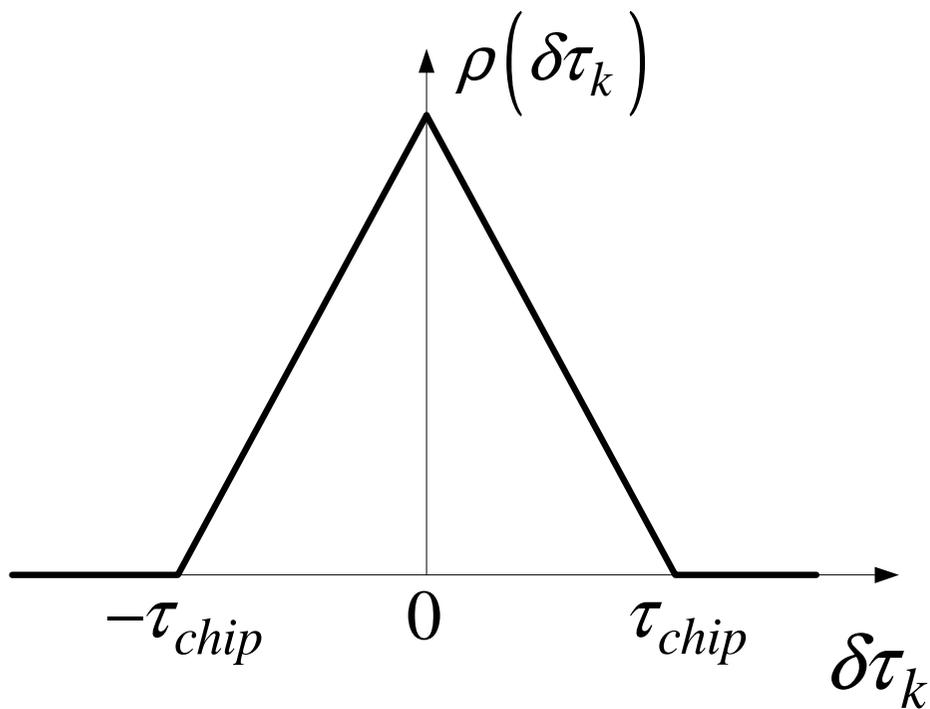
Статэквивалент сигнала коррелятора

«Сигнальные» слагаемые определяют полезный комплексный сигнал



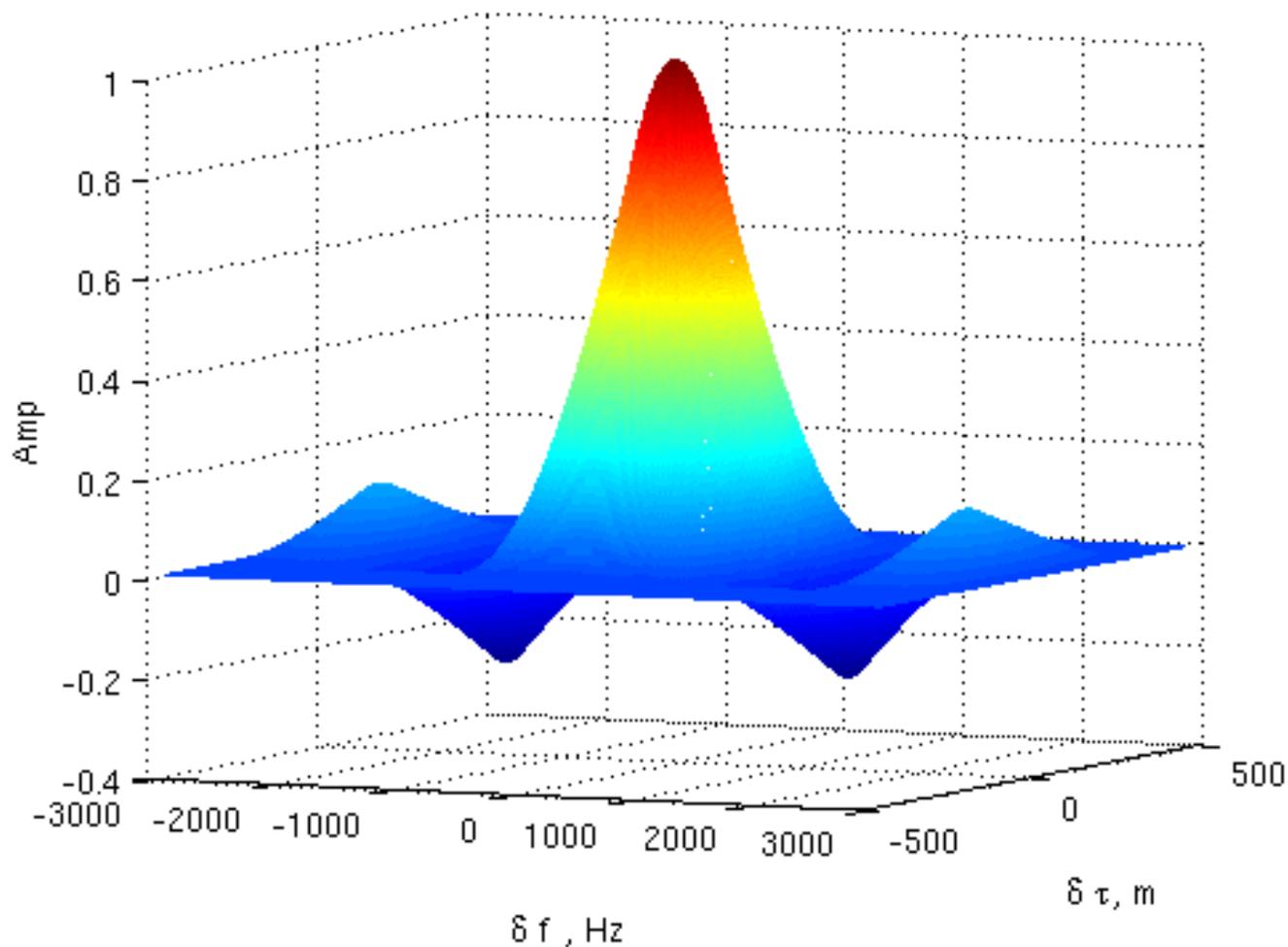
Статэквивалент сигнала коррелятора

Ошибки по частоте...



... и задержке определяют «просаживание» амплитуды комплексного сигнала

Статэквивалент сигнала коррелятора



Темп отсчетов на выходе коррелятора значительно ниже (Гц против МГц).
Проще смоделировать сразу выход – создать статистический эквивалент

Статэквивалент сигнала коррелятора

Реализация статистического эквивалента на MATLAB:

```
Tc = 0.001; % Интервал накопления в корреляторе, s
qcn0_dB = 45; % Отношение сигнал/шум, dBHz

stdn_IQ = 8; % СК0 шума квадратур
nI = stdn_IQ*randn(1,1); % // I-comp noise
nQ = stdn_IQ*randn(1,1); % // Q-comp noise

% EpsTau - расстройка по задержке
% EpsW - расстройка по частоте на начальный момент накопления
% EpsPhi - расстройка по фазе на начальный момент накопления

[A_IQ qcn0] = qcn0_change(qcn0_dB, stdn_IQ(k), Tc);
A_IQ_eff(k) = A_IQ(k)*sinc(EpsW*Tc/2 /pi)*ro(EpsTau);
mI = A_IQ_eff(k) * cos(EpsW*Tc/2 + EpsPhi);
mQ = - A_IQ_eff(k) * sin(EpsW*Tc/2 + EpsPhi);
I = mI + nI;
Q = mQ + nQ;
```

Статэквивалент сигнала коррелятора

Где функция qсно_change:

```
/**
%Расчет амплитуды квадратур для статистических эквивалентов
%@param qсно_dB - отношение qсно = Ps/No в дБГц
%@param stdn_IQ - СК0 шума квадратур
%@param Tc - интервал когерентного накопления
*/
function [A_IQ qсно] = qсно_change(qсно_dB, stdn_IQ, Tc)

qсно = 10.^(qсно_dB/10);
A_IQ = stdn_IQ .* sqrt(2 * qсно * Tc);

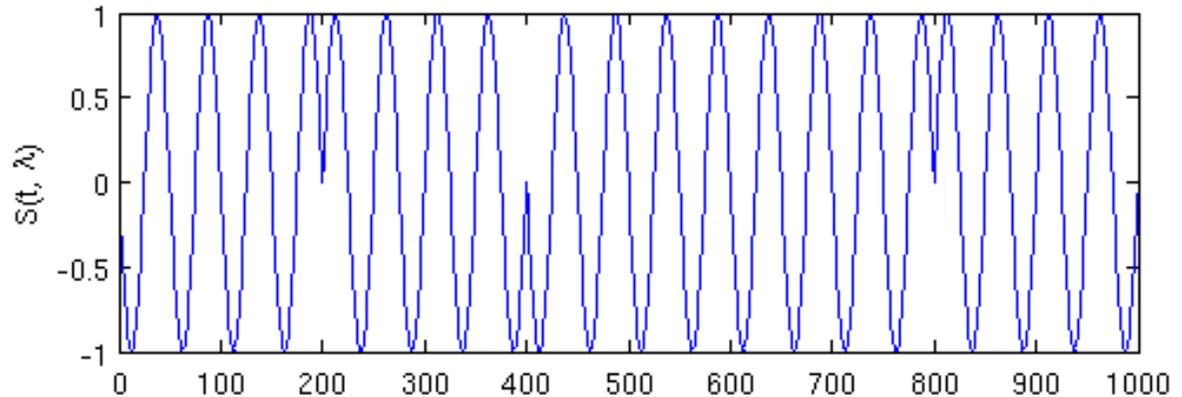
end
```

Функция ro:

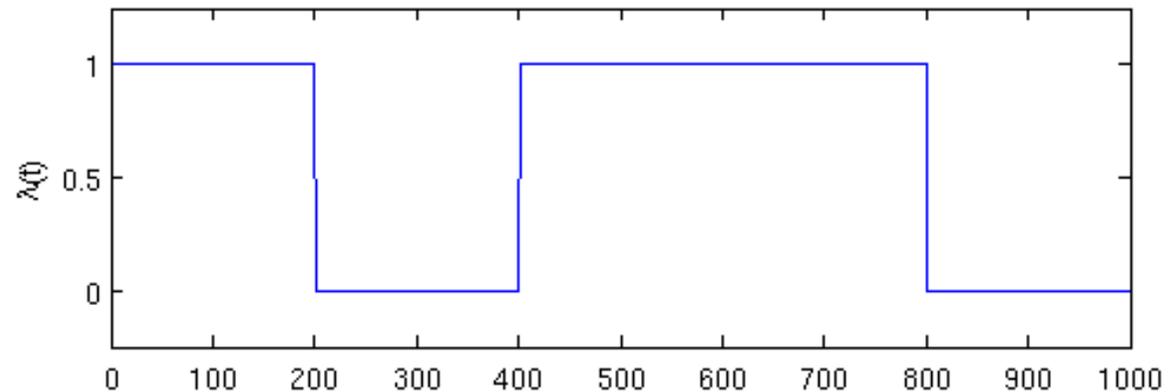
```
/**
%Вычисление значения автокорреляционной функции ДК
%@param x - рассогласование по задержке в тех же единицах, в
которых задана глобальная переменная TauChip (длительность
одного чипа ДК)
*/
function f=ro(x)
    global TauChip
    f = (abs(x) < TauChip).*(1 - abs(x)/TauChip);
end
```

Информационный параметр

$$s(t, \lambda(t))$$



$$\lambda(t)$$



Можем моделировать не прохождение сигнала через систему, а путь информационного процесса, ему соответствующего
– метод информационного параметра

Метод информационного параметра

```
Tmod = 300; % Время моделирования
Tc = 0.005; % Период работы фильтров
C = fix(Tmod/Tc);

Hextr = [0; 0; 0]; % Вектор экстраполяций

F = [1 Tc Tc^2/2;
     0 1 Tc;
     0 0 1]; % Переходная матрица

H = 20; % Hz, полоса

K = nan(3,1); % Вектор-столбец коэффициентов фильтра
K(3) = (1.2*H)^3; % Коэффициенты непрерывной системы в установившемся режиме
K(2) = 2*(K(3))^(2/3);
K(1) = 2*(K(3))^(1/3);

K = K*Tc; % Переход к коэффициентам дискретной системы

Xist = [0; 0; 0]; % Истинный вектор состояния
stdIst = 10; nIst = randn(1,C);
for c = 1:C
    Xest = Hextr + K*(Xist(1) - Hextr(1)); % Вектор оценок на c-й интервал
    Hextr = F*Xest; % Экстраполяция на интервал c+1

    Xist = F*Xist + [0; 0; 1]*nIst(c)*stdIst; % Здесь может быть любая другая модель
    изменения истинного вектора состояния
end
```